

1. Les statistiques dans les domaines industriels

Les statistiques permettent :

- d'analyser une production ;
- de contrôler la qualité ;
- de comparer plusieurs séries de mesures ;
- d'évaluer la dispersion des résultats.

Lors d'un contrôle dimensionnel :

- la moyenne indique si la production est centrée ;
- l'écart-type indique la stabilité du procédé ;
- l'étendue permet une première analyse rapide.

Vocabulaire

Terme	Définition	Exemple en Conception Mécanique
Population	Ensemble complet des individus ou objets étudiés.	Toutes les pièces produites par une machine.
Échantillon	Sous-ensemble représentatif de la population.	50 pièces prélevées aléatoirement pour contrôle qualité.
Caractère	Propriété étudiée sur les individus.	Diamètre d'un alésage, résistance à la traction.
Caractère qualitatif	Non mesurable (catégories).	Type de matériau (acier, aluminium, etc.).
Caractère quantitatif	Mesurable (nombres). <u>Types de Caractères Quantitatifs</u> • Discret : Prend des valeurs isolées (ex. : nombre de défauts par pièce). • Continu : Peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle (ex. : diamètre d'un arbre).	Longueur, poids, température.
Effectif	Nombre d'individus pour une valeur donnée.	10 pièces ont un diamètre de 20,00 mm.
Fréquence	Rapport entre l'effectif et l'effectif total.	$10/100 = 0,10$ (10%).

Formules

Une **série statistique** est constituée de i valeurs x_i , d'effectifs associés n_i .

L'**effectif total** est : $N = \sum n_i$

La **fréquence** représente la proportion d'une

valeur dans la population : $f_i = \frac{n_i}{N}$

Fréquence en pourcentage :

$$f_i(\%) = \frac{n_i}{N} \times 100$$

note	x_1	x_2	...	x_p
effectif	n_1	n_2	...	n_p
effectifs cumulés				N
fréquence	f_1	f_2	...	f_p

$\bar{X} = \frac{n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + \dots + n_p \cdot x_p}{N}$ avec les effectifs
 $\bar{X} = f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_p \cdot x_p$ avec les fréquences

La **moyenne** caractérise la valeur centrale :

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$$

Interprétation :

- valeur représentative de la série ;
- utilisée pour vérifier le centrage d'une production.

La **médiane** partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif.

- 50 % des valeurs sont inférieures.
- 50 % des valeurs sont supérieures.

Méthode :

1. Classer les valeurs.

$$\frac{N + 1}{2}$$

2. Déterminer le rang :

L'**étendue** est une mesure simple de la dispersion : $E = x_{\max} - x_{\min}$

Plus l'étendue est faible, plus la production est homogène.

La **variance** est la mesure de l'écart moyen par rapport à la moyenne :

$$V = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

L'**écart-type** caractérise la dispersion. C'est un indicateur très utilisé dans l'industrie.

$$\sigma = \sqrt{V}$$

Interprétation :

- faible $\sigma \rightarrow$ production régulière ;
- grand $\sigma \rightarrow$ production dispersée.

CAPABILITÉS DES PROCÉDÉ (Cp et Cpk)

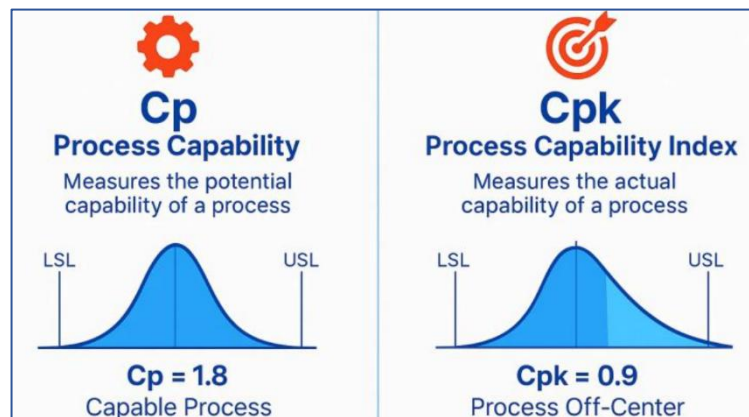
Pourquoi utiliser les statistiques en qualité ?

En production, il est impossible d'obtenir des pièces parfaitement identiques.

Les dimensions varient naturellement sous l'effet :

- des machines,
- des outils,
- de la matière,
- des conditions de fabrication.

L'objectif du contrôle qualité est de vérifier si ces variations restent compatibles avec les tolérances imposées.



Pour analyser la capacité d'un procédé, on compare :

- la dispersion réelle du procédé ;
- la tolérance imposée sur le plan.

Exemple

Tolérance : $50 \pm 0,15$

Donc : $IT = 0,30$ mm

Si la dispersion du procédé est faible devant cette tolérance alors le procédé est **capable**.

LA LOI NORMALE

La loi normale (ou loi de Gauss) est la loi statistique la plus utilisée en industrie. Elle décrit la répartition naturelle des mesures autour d'une moyenne.

Dans l'industrie, la loi normale permet :

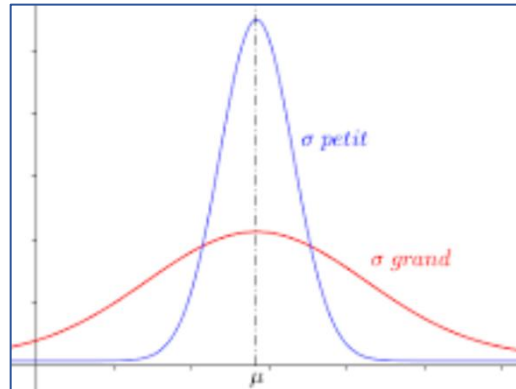
- d'estimer le taux de rebut ;
- de calculer les capacités ;
- de mettre en place le SPC (Statistical Process Control).

La courbe est :

- symétrique ;
- en forme de cloche ;
- centrée sur la moyenne.

Les paramètres de la loi normale sont : la moyenne et l'écart-type σ (il mesure la dispersion).

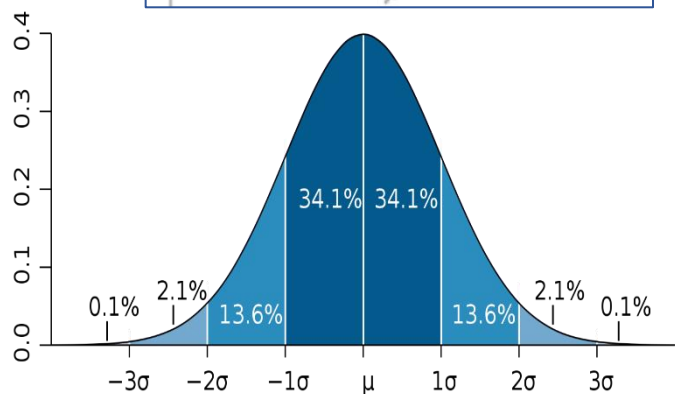
- petit $\sigma \rightarrow$ procédé stable ;
- grand $\sigma \rightarrow$ procédé dispersé.



La règle des 68 – 95 – 99,73 %

Pour une loi normale :

Intervalle	Pourcentage
$\bar{x} \pm 1\sigma$	68 %
$\bar{x} \pm 2\sigma$	95 %
$\bar{x} \pm 3\sigma$	99,73 %



Indice Cp

Cp compare uniquement :

- la largeur de la tolérance ;
- la dispersion du procédé.

Cp=IT/6σ

avec : IT=USL–LSL

USL = limite supérieure de spécification

LSL = limite inférieure de spécification

Cp	Interprétation
$Cp < 1$	Non capable
$Cp = 1$	Juste capable
$Cp \geq 1,33$	Bon procédé
$Cp \geq 1,67$	Très bon procédé
$Cp \geq 2$	Excellent procédé

Limite du Cp

Cp suppose que la production est parfaitement centrée or ce n'est pas toujours le cas.

Indice Cpk

Le Cpk tient compte :

- de la dispersion ;
- du centrage.

$$Cpk = \min \left(\frac{USL - \bar{x}}{3\sigma}, \frac{\bar{x} - LSL}{3\sigma} \right)$$

Cpk	Signification
< 1	Non capable
1 à 1,33	Acceptable
> 1,33	Bon procédé
> 1,67	Très bon procédé

Relation Cp / Cpk

On a toujours : $Cpk \leq Cp$

lorsque : $Cp = Cpk$, cela signifie que la production est parfaitement centrée.

Exemple

- Spécifications : $49,85 \leq d \leq 50,15$
- Moyenne : 50,08
- Écart-type : 0,03

Calcul de Cp: $Cp = IT / 6\sigma = 0,3 / (6 \times 0,03) = 1,6$

$$Cpk = \min \left(\frac{USL - \bar{x}}{3\sigma}, \frac{\bar{x} - LSL}{3\sigma} \right)$$

Calcul de Cpk :

$$(50,15 - 50,08) / (3 \times 0,03) = 0,78$$

$$(50,08 - 49,85) / (3 \times 0,03) = 2,56$$

On retient le plus petit, donc $Cpk = 0,78$

Conclusion : Le procédé est mal centré.